

Семенов А.О.

Вінницький національний технічний університет

РАДІОЕЛЕКТРОННИЙ ПРИСТРІЙ ФОРМУВАННЯ СИГНАЛІВ ДЕТЕРМІНОВАНОГО ХАОСУ НА ОСНОВІ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ ДУФФІНГА-ХОЛМСА

У роботі наведено результати теоретичних досліджень та комп'ютерного моделювання радіоелектронного пристрою формування сигналів детермінованого хаосу. Отримала подальший розвиток практичного застосування нелінійної динамічної системи Дуффінга-Холмса, яка є базовою в теорії детермінованого хаосу. Розглянуто просту аналогову схему для реалізації нелінійного рівняння Дуффінга-Холмса. Досліджено динаміку хаотичних коливань шляхом математичного моделювання та комп'ютерного схемотехнічного моделювання. Розраховано показники Ляпунова. Отримано фазові портрети, часові діаграми та амплітудо-частотні спектри хаотичних коливань напруги конденсатора та струму індуктивності.

Ключові слова: диференційне рівняння, Дуффінг-Холмс, детермінований хаос, математична модель, хаотичні коливання, фазовий портрет.

Постановка проблеми. Сучасним напрямом проектування радіотехнічних пристроїв і засобів телекомунікацій для систем конфіденційного зв'язку є застосування досягнень математичної теорії нелінійної динаміки: детермінований хаос, біфуркації, фрактальний аналіз [1]. Практичне застосування отримали елементи теорії детермінованого хаосу для побудови радіоелектронних пристроїв [2]. Хаос – це неперіодична поведінка детермінованих нелінійних динамічних систем, яка дуже чутлива до початкових умов. Така особливість детермінованих нелінійних динамічних систем дозволяє будувати як радіоелектронні пристрої з високою завадозахищеністю [1; 2], так і пристрої для виявлення слабких радіосигналів [3]. Тому актуальною науково-технічною задачею є розвиток теорії та створення нових радіоелектронних пристроїв генерування та формування сигналів детермінованого хаосу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомо безліч нелінійних динамічних систем, здатних демонструвати хаотичну поведінку. Під час побудови радіоелектронних пристроїв генерування та формування сигналів практичне застосування отримали Ван дер Поль-подібні автоколивальні системи, які демонструють хаотичну поведінку при зовнішній періодичній дії на них [4]. Найбільш зручною для практичної реалізації є нелінійна динамічна система Дуффінга-Холмса [5]. Застосування модифікованої системи

Дуффінга-Холмса дозволяє виявляти слабкі періодичні сигнали при співвідношенні сигнал/шум на рівні -91..-105 дБ [3; 5] та здійснювати хаотичне кодування та маскування сигналів криптосистем [6; 7]. Аналіз публікацій показав, що прості та якісні схемні рішення автономних [8] і неавтономних [6; 7; 9; 10] генераторів Дуффінга-Холмса базуються на основі операційних підсилювачів (далі – ОП). При цьому нелінійним елементом у колі зворотного зв'язку операційного підсилювача використовуються: 1) коло зустрічно-паралельного включення двох діодів [8; 9]; 2) коло зустрічно-паралельного включення восьми діодів і трьох резисторів [6; 7]; 3) схема на основі операційного підсилювача з трьома резисторами в колах зворотного зв'язку [10]. При цьому статична ВАХ нелінійних елементів варіантів 1 і 2 є гладкою, а варіанту 3 – кусково-лінійною. Отримані автором у [11] результати досліджень схемного рішення [9] системи Дуффінга-Холмса виявили недоліки нелінійного елемента на основі зустрічно-паралельного включення двох діодів, основним із яких є складність налаштування хаотичного режиму шляхом підбору амплітуди зовнішнього синусоїдального сигналу щодо напруги відкриття діодів. Тому зручним рішенням є застосування нелінійного елемента на основі ОП з резистивними колами зворотного зв'язку, який має кусково-лінійну ВАХ [10]. Водночас не приділено увагу дослідженню стійкості хаотичного режиму при-

строю формування сигналів на основі нелінійної системи Дуффінга-Холмса.

Постановка завдання. Метою роботи є дослідження радіоелектронного пристрою формування сигналів детермінованого хаосу на основі нелінійної системи Дуффінга-Холмса. Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити такі завдання: 1) здійснити теоретичне дослідження нелінійної динамічної системи Дуффінга-Холмса; 2) обґрунтувати вибір радіоелектронного пристрою для формування сигналів детермінованого хаосу на основі нелінійної системи Дуффінга-Холмса та дослідити його математичну модель; 3) розробити комп'ютерну схемотехнічну модель радіоелектронного пристрою формування сигналів детермінованого хаосу на основі нелінійної системи Дуффінга-Холмса; 4) отримати та порів-

няти результати математичного моделювання та комп'ютерного схемотехнічного дослідження.

Виклад основного матеріалу дослідження. Нелінійна динамічна система Дуффінга-Холмса математично описується диференціальним рівнянням другого порядку вигляду [9; 10]

$$\frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} - x + x^3 = a \sin \omega t, \quad (1)$$

або системою диференціальних рівнянь першого порядку [9; 10]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = F_1(x_1) - bx_2 + a \sin \omega t, \end{cases} \quad (2)$$

де

$$F_1(x_1) = x_1 - x_1^3. \quad (3)$$

У рівняннях (1) та (2) b , a та ω – це коефіцієнт згасання, амплітуда та частота зовнішньої періодичної дії. Регулюючи будь-які параметри керу-

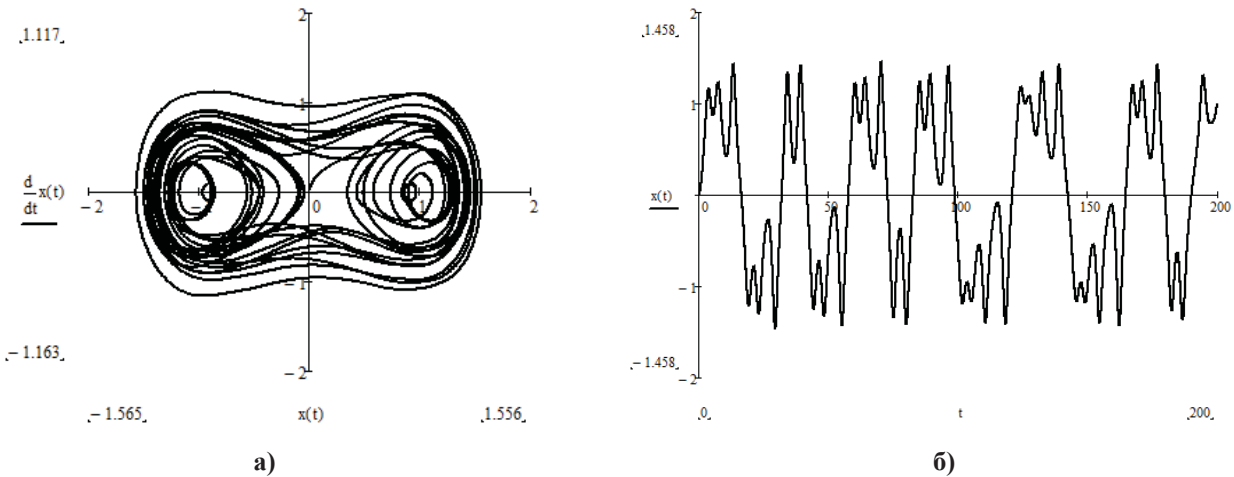


Рис. 1. Фазовий портрет (а) та форма сигналу $x(t)$ (б) динамічної системи Дуффінга-Холмса при $a=0.25$, $b=0.1$, $\omega=1.0$

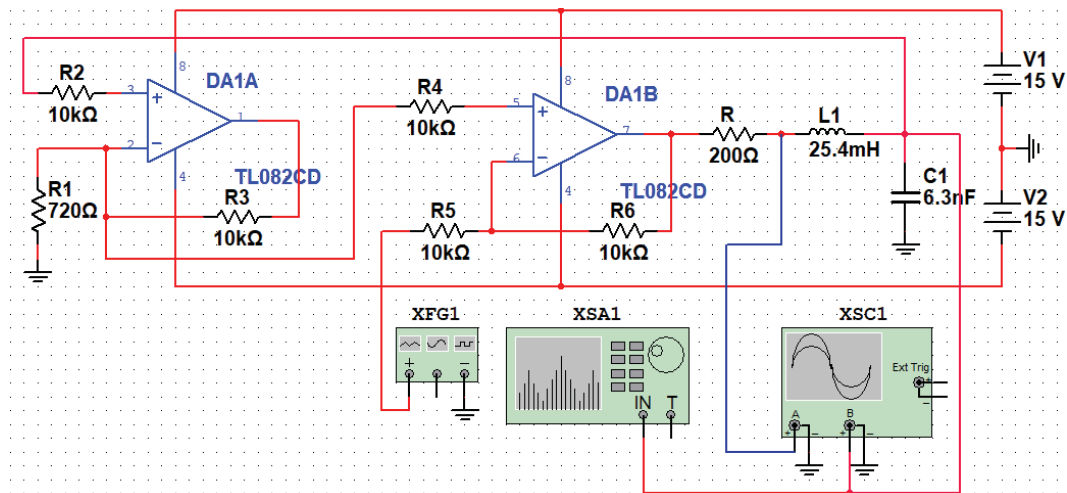


Рис. 2. Електрична схема радіоелектронного пристрою на основі ОП для реалізації динамічної системи Дуффінга-Холмса в програмі NI Multisim 10.0

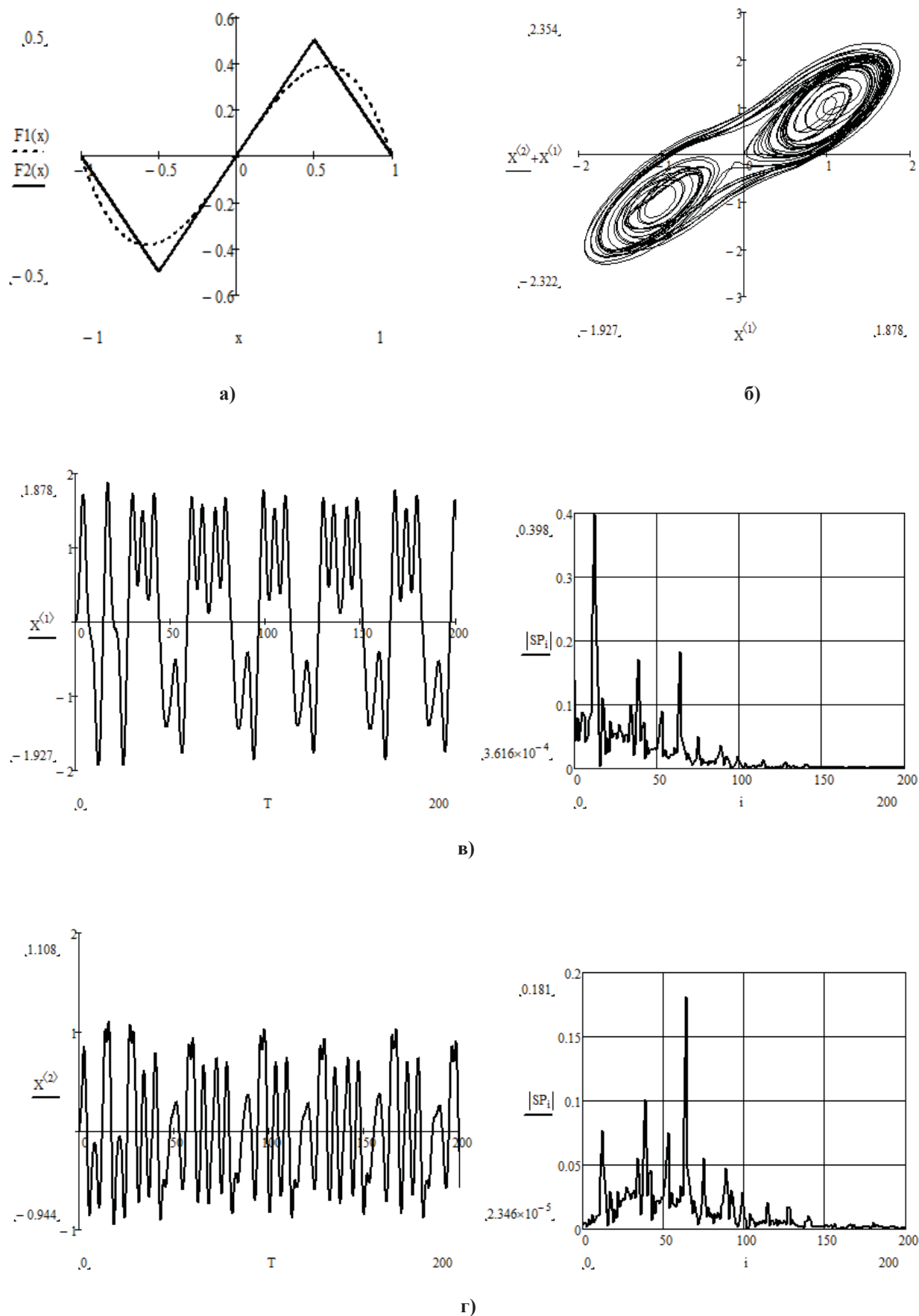
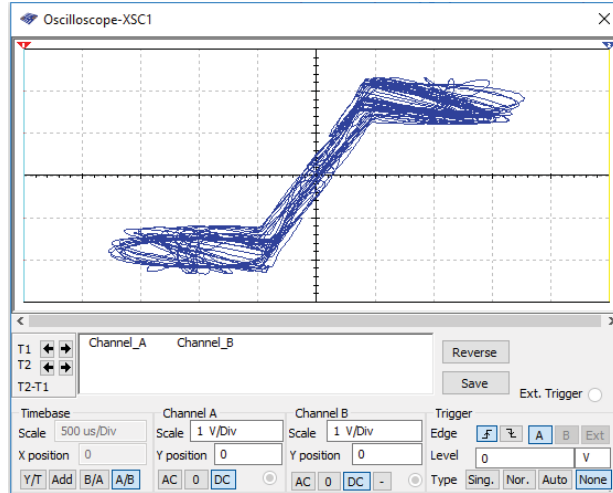


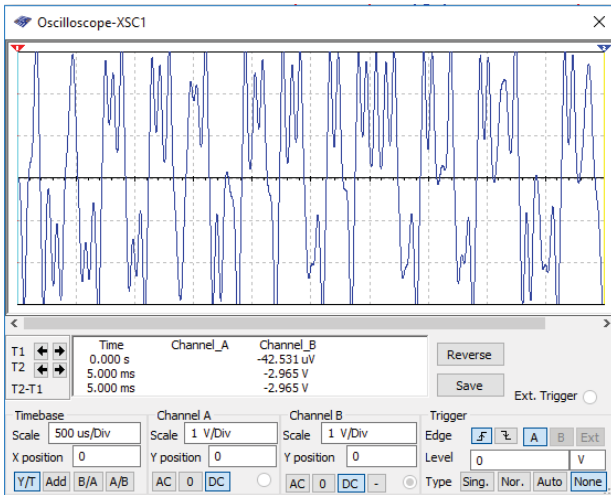
Рис. 3. Результати математичного моделювання: графіки нормованих функцій апроксимації ВАХ нелінійного елемента (а), фазовий портрет динамічної системи (б), часова діаграма та амплітудо-частотний спектр нормованих змінних x_1 (в) та x_2 (г)

вання, а саме a , ω або b , можна спостерігати періодичні та хаотичні коливання. Числові результати хаотичного режиму, отримані з диференціального рівняння (1) за допомогою програмного пакета MathCad 15.0 показані на рис. 1.

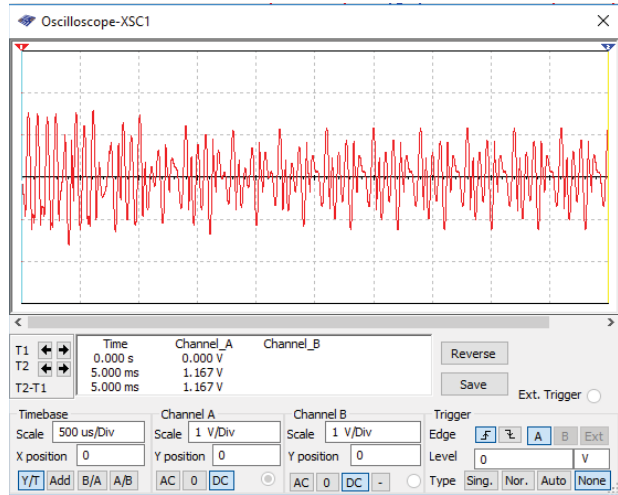
Електрична схема радіоелектронного пристрою формування сигналів детермінованого хаосу [10] з вимірювальним обладнанням у пакеті програм схмотехнічного моделювання NI Multisim 10.0, подана на рис. 2.



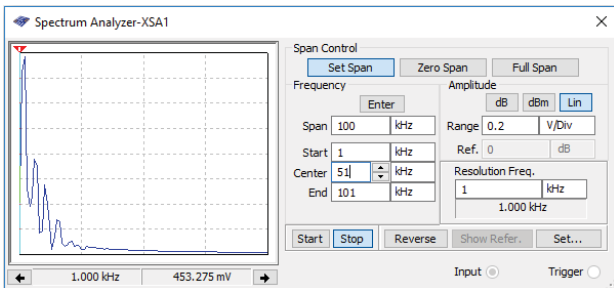
а)



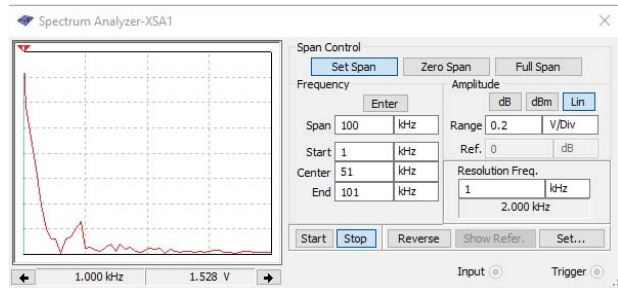
б)



в)



г)



д)

Рис. 4. Результати комп'ютерного схмотехнічного моделювання: а) фазовий портрет пристрою в площині генерованих напруг U_C і $U_C + U_L$; б) осцилограма коливань напруги на конденсаторі U_C ; в) осцилограма коливань напруги на котушці індуктивності I_L ; г) амплітудо-частотний спектр коливань напруги на конденсаторі U_C ; д) амплітудо-частотний спектр коливань напруги на котушці індуктивності I_L

Структурно пристрій складається з таких блоків: 1) підсилювального каскаду на основі ОП DA1.2 на інвертувальний вхід якого подається сигнал зовнішньої синусоїдальної дії; 2) послі-

довного коливального контуру на елементах R, L і C на виході підсилювального каскаду; 3) нелінійного елемента на основі ОП DA1.1, який включений у коло додатного зворотного зв'язку, що

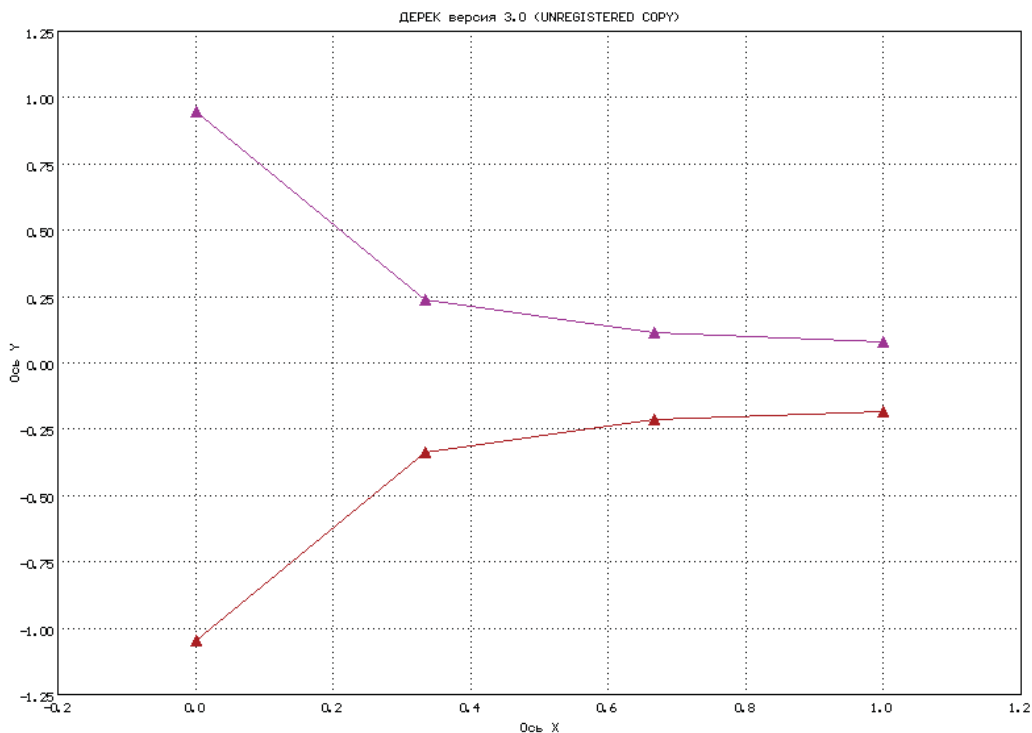


Рис. 6. Графік залежності L1 і L2 (вісь y) від коефіцієнта $a=0,05..0,75$ (вісь x)

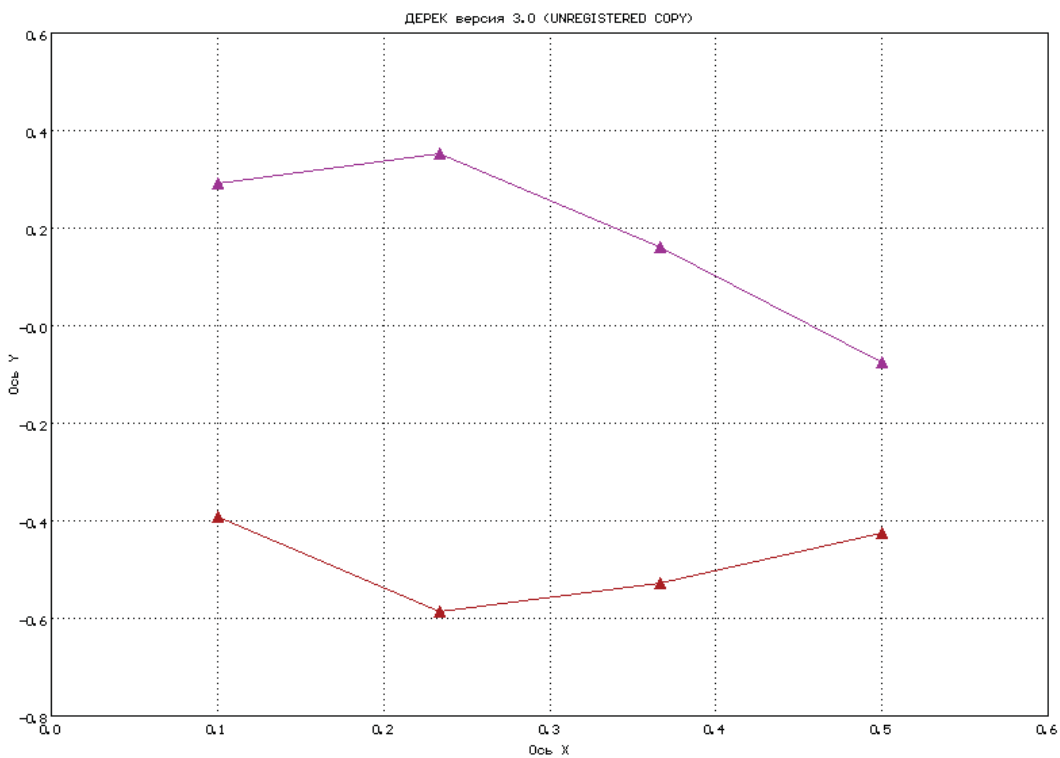


Рис. 7. Графік залежності L1 і L2 (вісь y) від коефіцієнта $b=0,1..0,5$ (вісь x)

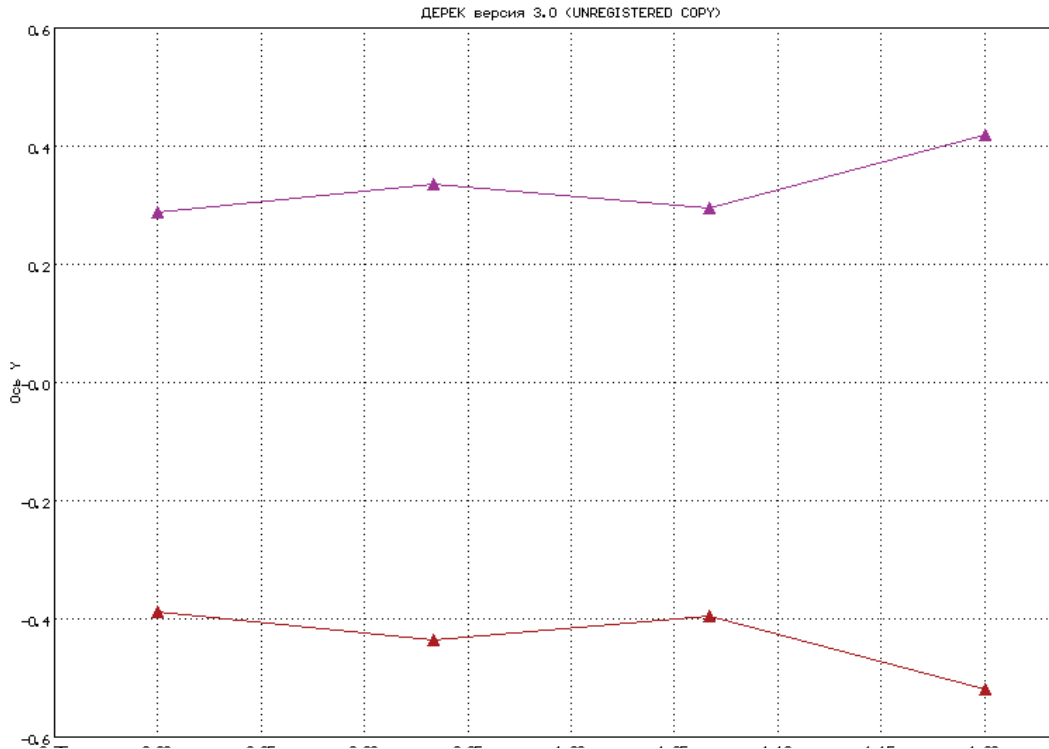


Рис. 8. Графік залежності L1 і L2 (вісь y) від коефіцієнта $\omega=0,8..1,2$ (вісь x)

охоплює підсилювальний каскад на основі ОП DA1.2. Математична модель пристрою на рис. 2 побудована на основі скороченої системи диференціальних рівнянь, отриманих за законами Кірхгофа

$$C \frac{dU_C}{dt} = I_L, \quad (3)$$

$$L \frac{dI_L}{dt} = F_E(U_C) - I_L R + A \sin(\omega t - \pi), \quad (4)$$

де U_C – напруга на конденсаторі C , а I_L – струм через індуктивність L . У рівнянні (3) було зроблено припущення про те, що $R_2 \gg \rho = \sqrt{L/C}$. Постійна фаза π у зовнішній силі $A \sin(\omega t - \pi)$ може бути опущена, оскільки вона не впливає на динаміку системи.

Каскад на основі ОП DA1.1 працює в режимі обмеження струму та регулює напругу насичення шляхом зміни величини резистора R_1 . Нелінійна функція $F_E(U_C)$ може бути задана трисегментною кусково-лінійною апроксимацією [9; 10]

$$F_E(U_C) = \begin{cases} -(U_C + kU^*), & U_C < -U^*, \\ (k-1)U_C, & -U^* \leq U_C \leq U^*, \\ -(U_C - kU^*), & U_C > U^*, \end{cases} \quad (5)$$

де $k = R_6/R_5 + 1$ – коефіцієнт підсилення каскаду підсилення неінвертуючого входу (коефіцієнт підсилення каскаду підсилення інвертуючого входу відносно до джерела синусоїдального

сигналу $k' = -R_6/R_5$), U^* – напруга насичення. Зручно вибрати $k = 2$, встановивши $R_6 = R_5$. Шляхом введення безрозмірних змінних

$$x_1 = \frac{U_C}{2U^*}, \quad x_2 = \frac{\rho I_L}{2U^*}, \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}, \quad \omega = \omega_0 \sqrt{LC}, \quad (6)$$

$$a = \frac{A}{2V^*}, \quad b = \frac{R}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{\frac{L}{C}},$$

у роботах [9; 10] отримано математичну модель генератора вигляду

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = F_2(x_1) - bx_2 + a \sin \omega \tau, \end{cases} \quad (7)$$

де нормована функція апроксимації [9]

$$F_2(x_1) = \begin{cases} -(x_1 + 1), & x_1 < -0.5, \\ x_1, & -0.5 \leq x_1 \leq 0.5, \\ -(x_1 - 1), & x_1 > 0.5. \end{cases} \quad (8)$$

Системи диференціальних рівнянь (2) і (7) однакові та відрізняються лише нормованими функціями апроксимації (3) і (8). На рис. 3 наведено отримані автором результати математичного моделювання системи диференціальних рівнянь (7) з урахуванням кусково-лінійної функції апроксимації ВАХ (8) у програмі MathCad 15.0 при таких значеннях коефіцієнтів $a=0.25$, $b=0.1$, $\omega=1.0$. Систему диференціальних рівнянь (7) вирішено за допомогою стандартної функції $rkfixed()$, в основу якої покладено метод Рунге-Кутти 4-го порядку.

Порівняння результатів моделювання динамічної системи (7) при різних функціях нелінійного елементу (3) і (8) підтверджує зберігання динаміки хаотичних коливань у цілому, але при різних коефіцієнтах a , b за умови постійної ω .

Результати комп'ютерного схемотехнічного моделювання подані на рис. 4 при таких параметрах сигналу генератора: вид сигналу – синусоїдальний, частота – 12,581 кГц, амплітуда – 200 мВ.

При зазначених на рис. 2 параметрах радіокомпонентів коефіцієнти системи диференціальних рівнянь становлять $a=0.2514$, $b=0.0996$, $\omega=1.00004$.

Модельне дослідження стійкості хаотичного режиму динамічної системи Дуффінга-Холмса на основі рівнянь (6)-(8) здійснено за методом Ляпунова за допомогою програми DEREK [12]. Як кількісні характеристики були оцінені ляпуновські показники атракторів. Для динамічної системи другого порядку спектр ляпуновських показників атракторів повинен задовольняти дві вимоги [12]: 1) сума усіх показників системи повинна бути від'ємною, 2) обов'язково повинен бути хоча б один нульовий показник. Програма DEREK обчислює частину спектрів показників Ляпунова (не більше перших 4-х), використовуючи чисельний

ітераційний алгоритм Бенеттіна [12]. Для динамічної системи Дуффінга-Холмса було пораховано два старші показники Ляпунова

$L1= 2.9153389E-0001$ і $L2= -3.9153908E-0001$.

Також за допомогою програми DEREK було отримано графіки залежностей показників Ляпунова від коефіцієнтів a , b і ω (рис. 6 – рис. 8).

Висновки. У роботі отримано результати теоретичних досліджень, математичного та комп'ютерного схемотехнічного моделювання пристрою формування сигналів детермінованого хаосу на основі нелінійної динамічної системи Дуффінга-Холмса. Досліджено динаміку режиму розвинутого хаосу при параметрах системи Дуффінга-Холмса $a=0.25$, $b=0.1$, $\omega=1.0$. Показано, що при дії зовнішнього синусоїдального коливання з частотою, рівною резонансній частоті коливальної системи радіоелектронного пристрою на основі інвертувального підсилювача, до неінветувального входу якого підключений нелінійний елемент, виникає стійкий хаотичний режим. Параметрами хаотичних коливань можна ефективно керувати шляхом зміни опорів резисторів у колах зворотного зв'язку операційних підсилювачів або шляхом зміни амплітуди та/або частоти зовнішнього синусоїдального сигналу.

Список літератури:

1. Стасєв Ю.В., Васюта К.С., Женжера С.В. Інформаційні системи на основі динамічного хаосу. Системи озброєння і військова техніка. 2009. № 1(17). С. 134-138.
2. Васюта К.С., Чечуй О.В., Глушенко М.О. Динамічний хаос в телекомунікаційних системах. Системи обробки інформації. 2010. Вип. 1(82). С. 13-16.
3. Мартинюк В.В., Федула М.В. Виявлення слабких періодичних сигналів із застосуванням модифікованої системи Дуффінга-Холмса дробового порядку. Вісник Національного технічного університету України «КПІ» Серія «Радіотехніка. Радіоапаратобудування». 2013. № 53. С. 13-22.
4. Кузнецов А.П., Селиверстова Е.С., Трубецков Д.И., Тюрюкина Л.В. Феномен уравнения Ван дер Поля. Известия вузов «Прикладная нелинейная динамика». 2014. Т. 22, № 4. С. 3-42.
5. Патрушев Е.М., Патрушева Т.В., Наздрюхин И.С. Автоматическая симуляция в среде Matlab Simulink на примере модели генератора Дуффинга-Холмса. Ползуновский альманах. 2016. № 2. С. 181-183.
6. Ch. K. Volos, I. M. Kyprianidis, I. N. Stouboulos. Experimental Demonstration of a Chaotic Cryptographic Scheme. WSEAS Transactions on Circuits and Systems. November 2006. P. 1-8.
7. Ch. K. Volos, I. M. Kyprianidis, I. N. Stouboulos. Chaotic Cryptosystem based on Inverse Duffing Circuit. Proc. of the 5th WSEAS Int. Conf. on Non-Linear Analysis, Non-Linear Systems and Chaos, Bucharest, Romania, October 16-18, 2006. P. 92-97.
8. A. Tamaševičius, S. Bumelienė, R. Kirvaitis, G. Mykolaitis, E. Tamaševičiūtė, E. Lindberg. Autonomous Duffing-Holmes Type Chaotic Oscillator. Electronics and Electrical Engineering. 2009. № 5(93). P. 43-46.
9. E. Tamaševičiūtė, A. Tamaševičius, G. Mykolaitis, S. Bumeliene, E. Lindberg. Analogue Electrical Circuit for Simulation of the Duffing-Holmes Equation. Nonlinear Analysis: Modelling and Control. 2008. Vol. 13. No. 2. P. 241-252.
10. Патрушева Т.В., Патрушев Е.М. Простая электрическая модель генератора Дуффинга-Холмса. Ползуновский альманах. 2012. № 2. С. 11-14.
11. Семенов А.А., Філевський Д.О., Квітчук Я.В. Простий неавтономний генератор детермінованого хаосу типу Дуффінга-Холмса. Сучасні проблеми радіоелектроніки, телекомунікацій та приладобудування (СПРТП-2017): матеріали VI міжнародної науково-технічної конференції, м. Вінниця, 28-30 вересня 2017 р. С. 79-80.
12. DEREK-ODE. Исследование динамических систем / [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://derek-ode.sytto.com>.

**РАДИОЭЛЕКТРОННОЕ УСТРОЙСТВО ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛА
ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ
ДУФФИНГА-ХОЛМСА**

В работе приведены результаты теоретических исследований и компьютерного моделирования радиоэлектронного устройства формирования сигналов детерминированного хаоса. Получила дальнейшее развитие практического применения нелинейная динамическая система Дуффинга-Холмса, которая является базовой в теории детерминированного хаоса. Рассмотрено простую аналоговую схему для реализации нелинейного уравнения Дуффинга-Холмса. Исследована динамика хаотических колебаний путем математического моделирования и компьютерного схемотехнического моделирования. Рассчитаны показатели Ляпунова. Получены фазовые портреты, временные диаграммы и амплитуда-частотные спектры хаотических колебаний напряжения конденсатора и тока индуктивности.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, Дуффинг-Холмс, детерминированный хаос, математическая модель, хаотические колебания, фазовый портрет.

**RADIO-ELECTRONIC DEVICE FOR FORMING DETERMINISTIC CHAOS SIGNALS BASED
ON THE DUFFING-HOLMES NON-LINEAR SYSTEM**

The paper presents results of theoretical research and simulation of the radio-electronic device for forming the deterministic chaos signals. The Duffing-Holmes non-linear system, which is basic in the deterministic chaos theory, got its practical application. Dynamics of chaotic oscillation was investigated by mathematical modeling and computer circuit simulation. A simple analogous circuit implementing the Duffing-Holmes non-linear equation was considered. Lyapunov exponents have been calculated. Phase portraits, time diagrams, and amplitude-phase spectra of capacitor voltage and inductance current chaotic oscillations are obtained.

Key words: differential equation, Duffing-Holmes, deterministic chaos, mathematical model, chaotic oscillation, phase portrait.